**Министерство науки и высшего образования РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра ИС**

отчет

**по лабораторной работе №12**

**по дисциплине «Конструирование программ»**

Тема: Решение однородного уравнения колебаний струны методом сеток по неявной схеме

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8363 |  | Нерсисян А.С. |
| Преподаватель |  | Копыльцов А.В. |

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы.**

Написать программу, которая находит приближенное решение однородного уравнения гиперболического типа в квадрате с шагом .

**Основные теоретические положения.**

Уравнение гиперболического типа



описывает поперечные колебания упругой натянутой струны. Его решение – функция  дает смещение участков струны в поперечном направлении.

Решим пример на это уравнение при условии . Задача состоит в отыскании функции , удовлетворяющей в прямоугольнике  при  уравнению

,

начальным условиям



и краевым условиям



Для реализации разностной схемы решения задачи построим в области  сетку ,  и аппроксимируем производные от решения в узлах  с помощью центральных разностных отношений (8.5.11) и (8.5.12) на пятиточечном шаблоне, изображенном на с. 206. Этот шаблон не требует выполнения какого-либо соотношения между шагами  и  для обеспечения устойчивости решения.

Получим приближенное уравнение

.

Погрешность замены дифференциального уравнения (8.10.2) разностным (8.10.5) составляет величину . Полагая , получаем трехслойную разностную схему

.

Эта схема называется трехслойной потому, что связывает между собой приближенные значения  функции  на трех временных слоях с номерами .

Система линейных алгебраических уравнений (8.10.6) обладает трехдиагональной матрицей и решается методом прогонки. Например, при  система уравнений (8.10.6) приобретает вид

.

Значения  известны из начальных условий (8.10.3), а для определения  можно исполь-

зовать один из возможных приемов, например,

.

Итак, найдем приближенные решения  функции , удовлетворяющей уравнению  с начальными условиями ,  и краевыми условиями  в области .





*t*

1.0

0.8

0.6

0.4

0.2

0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 *x*

В этом примере выбрано , то есть  и . Пусть , таким образом, будет всего пять слоев по времени. Вычислим все начальные и краевые условия. Как и в предыдущей лабораторной работе, на приведенном рисунке известные из начальных и краевых условий значения функции  помечены точками, а разыскиваемые решения внутри  - крестиками; помечен также используемый пятиточечный шаблон.













Для вычисления решения на первом слое в данной лабораторной работе принят простейший способ, состоящий в том, что если положить

, то ,

то есть производная в дифференциальном уравнении первого порядка заменяется правым конечно-разностным отношением. Найдем решения на первом слое.



Реализация неявной схемы вычисления решения исходного дифференциального уравнения во всех внутренних точках сетки начинается со второго слоя. Введем функции, вычисляющие трехдиагональную матрицу в левой части уравнений системы



Систему уравнений (8.10.10) будем решать методом прогонки, разобранным в подразд. 5.4. Программа этого метода с небольшими изменениями уже использовалась нами в лабораторной работе № 6 (см. с. 89).

Для  система (8.10.10) имеет следующий вид:







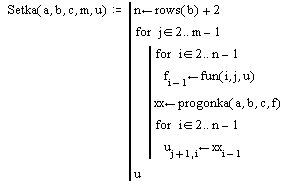


Это трехдиагональная система с ярко выраженным диагональным преобладанием. Приведем текст подпрограммы, реализующий метод прогонки. Ее параметры: вектор  содержит коэффициенты при неизвестных левой части системы (8.10.11), стоящие на главной диагонали, вектор  - под главной диагональю, вектор  - над главной диагональю. Вектор  содержит свободные члены (правые части системы уравнений (8.10.11)). Подпрограмма выдает вектор  - вектор решения системы. Для правильной работы программы необходимо задание ORIGIN:=1:

Функция  вычисляет правую часть системы (8.10.10). Точки второго слоя находятся по формуле (8.10.9):



Подпрограмма  составляет систему линейных уравнений (8.10.10) для каждого слоя сетки и решает ее методом прогонки; - число слоев сетки по переменной .





**Экспериментальные результаты.**

**Задание № 1**

Найти приближенное решение однородного уравнения гиперболического типа в квадрате с шагом , используя программы и .

**Дано:** Вариант 11

**Обработка результатов эксперимента.**

**Задание № 1. решение:**

#include <iostream>

#include <conio.h>

using namespace std;

double cos(double x)

{

double y = 1, prev, a = 1, fact = 1;

int i = 1;

const double E = 0.0001;

do

{

prev = y;

a \*= x\*x;

for (int j = 2 \* (i - 1) + 1; j <= 2 \* i; ++j)

fact \*= j;

if (i % 2) y -= a / fact;

else y += a / fact;

++i;

} while (abs(y - prev) > E);

return y;

}

double phi(double x)

{

return 10 \* x\*(x\*x\*x - 1);

}

double ut(double x){return cos(3.1415926\*x / 2);}

int main()

{

cout.precision(3);

double h = 0.1, x1 = 0, x2 = 1, t1 = 0, t2 = 1, u[11][11];

for (int i = 0; i < 11; ++i)

{

u[0][i] = 0;

u[10][i] = 0;

}

for (int i = 1; i < 10; ++i)

u[i][0] = phi(x1 + i\*h);

for (int i = 1; i < 10; ++i)

u[i][1] = u[0][i] + ut(x1 + i\*h);

double prev[9], b[9], E = 0.001, temp;

for (int k = 2; k < 11; ++k)

{

for (int i = 0; i < 9; ++i)

{

b[i] = u[i + 1][k - 2] - 2 \* u[i + 1][k - 1];

u[i + 1][k] = 0;

}

do

{

temp = 0;

for (int i = 0; i < 9; ++i)

{

prev[i] = u[i + 1][k];

u[i + 1][k] = (b[i] - u[i][k] - u[i + 2][k]) / 3;

if (abs(prev[i] - u[i + 1][k]) > temp) temp = abs(prev[i] - u[i + 1][k]);

}

} while (temp > E);

}

for (int i = 0; i < 11; ++i)

{

for (int j = 0; j < 11; ++j)

cout << u[j][i] << " ";

cout << endl;

}

\_getch();

return 0;

}

**Выводы.**

В ходе выполнения данной лабораторной была написана программа, которая находит приближенное решение указаннаого однородного уравнения гиперболического типа в квадрате с указанным шагом